**Informe de TPM2**

*Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires*

Materia: Modelación Numérica

Código: EB051

Curso: 06

Carrera: Ingeniería en Informática (ambos integrantes)

Cuatrimestre y año: 2C2024

Integrantes

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Apellido y nombre** | **E-mail** | **Padrón** |
| Riat Sapulia, Mateo | mriat@fi.uba.ar | 106031 |
| Reimundo, Martín | mreimundo@fi.uba.ar | 106716 |

Nombre del grupo: **Python01**

Docentes

|  |  |
| --- | --- |
| **Apellido y nombre** | **E-mail** |
| Rodriguez, Daniel | drodriguez@fi.uba.ar |
| Machiunas, Valeria | vmachiunas@fi.uba.ar |

**Enunciado**

**Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente con confianza media**

**Texto

Descripción generada automáticamente**

**Introducción**

En el presente trabajo se resolverá numéricamente el problema de la catenaria explicado en el enunciado. Inicialmente, se estudiará el modelo teórico de manera analítica con el fin de comprender el funcionamiento de la ecuación original de la catenaria y qué significado tienen cada uno de sus parámetros. Luego, se pasará a un modelo práctico que consiste en un experimento que simula este fenómeno, se tomarán mediciones sobre distintos casos y se resolverá numéricamente con el objetivo de comparar los errores que existen entre como ajusta el modelo teórico, el de los distintos casos en la realidad, y el de un ajuste cuadrático por mínimos cuadrados.

Una vez realizado el trabajo, se espera haber puesto en práctica los conocimientos adquiridos en las unidades 1 (errores), 2 (ecuaciones no lineales) y 3 (ajuste de funciones), además de aprender a hacer los cálculos, operaciones y experimentos pertinentes en un lenguaje de programación donde se pueda realizar este análisis.

**Desarrollo**

Se arrancó verificando la congruencia de las ecuaciones (2), (3) y (4) del enunciado, para las condiciones iniciales del mismo. Para ello, partiendo de la igualdad se igualan las ecuaciones (2) y (3), donde mediante operaciones básicas (ver anexo 1) se llega a la igualdad

Verificando la primera condición, es decir que .

Luego, si se reescribe la ecuación (4) con esta noción, se obtiene tras operaciones básicas:

Ecuación utilizada con mucha frecuencia en la resolución del grupo para estimar la raíz de mediante el método de refinamiento de Newton-Raphson (igualando dicha función a 0).

Una vez verificadas las condiciones iniciales del enunciado, se pasó a un caso práctico en donde se cumplen las mismas, cuya tarea fue encontrar las raíces . En primer lugar, como en ninguna de las ecuaciones presentadas existe una combinación lineal respecto a la variable a estimar (en este caso ), se probó con todas en cuál podría haber un método en el cual converja a una solución. Para , ocurrió que la más apta resultó ser la ecuación (4) de donde, igualando a 0 la misma (esto se realiza restando a ambos lados de la igualdad) se logró hallar un . Graficando la función reescrita en el párrafo anterior, se observó que tenía una raíz doble cercana a 0 (referencia en anexo 1), por lo que con una semilla lo suficientemente cercana a una de las raíces (en este caso consideramos el lado derecho), resulta posible aplicar el método de Newton-Raphson, ya que esto asegura su convergencia. Inicialmente y como no hay observaciones realizadas sobre los datos de entrada del enunciado, se consideraron los valores como exactos (se desprecian errores inherentes), y el error resultante fue de truncamiento, que por método de Newton-Raphson, la cota resultante se expresa como . A priori esto también dependería de la tolerancia máxima que se le impone al método de refinamiento. Analizando el número de iteraciones, se encontró que con 7 iteraciones se llegaba a una cota de , y con una más a , con lo cual se ganaban 10 decimales más de precisión y se decidió ir por esa tolerancia (no era posible establecer una más baja porque era el rango de la mantisa del ordenador).

Ya obtenido el y expresado bien redondeado, se procedió a hallar de la ecuación (3), que despejando queda como (con las condiciones iniciales ). Para encontrar su cota, se analizan los errores que acarrean los distintos parámetros de la igualdad. En este caso, el único es que ingresa a esta ecuación con un error inherente. Para propagar dicho error se deriva respecto de y se multiplica por su cota correspondiente. Una vez realizados estos cálculos, se pudo expresar bien redondeado acotando por , donde indica la cantidad de decimales significativos.

Por último en esta parte, se pidió hallar . Para ello, se utilizó la ecuación original (1) de la catenaria, y reemplazando los datos se llegó a la solución de manera inmediata, y para expresarlo bien redondeado se halló su cota con la misma idea conceptual que para , pero en este caso las variables de entrada que poseían error inherente eran dos, en vez de una: y . Por ende,

Siendo y las cotas halladas previamente de y respectivamente.

Posteriormente, se busca analizar qué ocurre en el mismo caso sabiendo que los valores de entrada están bien redondeados a un decimal, lo que significa que

Es importante aclarar que los cálculos y los métodos empleados para llevarlos a cabo no se modifican, por consiguiente solo hay que analizar la modificación de los errores en cada caso.

Primero se calculó la propagación de errores inherentes para . Por definición, se haría como fue hecho previamente para , pero en diferente contexto ya que fue hallado por el método de Newton-Raphson. Es por ello que debe propagarse el error tomando el y derivándolo (además de multiplicar por la cota correspondiente) en cada parámetro declarado con error inherente. Para este caso particular se expresa como

Para la ecuación (4) despejada, no dependía de . La cota de error resultante es entonces

Donde el error de truncamiento es el mismo que el anterior, dado que se estableció en el uso del método.

Una observación relevante fue que en este punto no resultó tan sencillo saber cómo propagar el error para dado que no se sabía si tomar la ecuación (4) original en vez de la operada, en donde también tomaba protagonismo el y eso hacía que aparezca como término en la cota de error inherente. El grupo logró decantarse por esta última opción de la ecuación (4) dado que la raíz se aproximaba de la misma manera, pero comparando los errores esta opción obtuvo una disminución del error original.

La manera recientemente descrita en la cual se obtuvo la cota de fue de manera analítica, pero también se analizó sobre la cota de forma experimental. Para ello, se realizaron pequeñas perturbaciones al medido a ambos lados del mismo y se graficó para tener una noción (ver en sección de resultados). Efectivamente, se encontró una perturbación con la cual la cota era aún inferior a la descubierta analíticamente (se comparó realizando la diferencia).

Con la cota ya hallada de , se efectuó la propagación de errores inherentes de manera similar para . Como este valor se encontró con un despeje, no resultó propagarlo en base a un , y por definición en la ecuación de se propagó como

Despreciando los errores de otro índole.

De manera similar se procedió para y la ecuación de dónde fue obtenida (catenaria):

En realidad no se conoce el valor de , ya que los errores inherentes que se conocen acerca de es solo para los extremos según lo establecido en el enunciado, pero de igual manera en este caso se evalúa , por lo que se anula la derivada de la catenaria en esa posición, ergo ese término de la cota, por lo que finalmente quedaría

A criterio del grupo, se decidió expresarlo bien redondeado y como intervalo a estos dos últimos casos () debido a que las cotas no eran lo suficientemente aptas (aún siendo las menores que se han experimentado para estos casos) para despejar un de .

Tras todo este análisis abstracto se logró la idea de entender la manera en que una catenaria funciona, qué parámetros tiene y como analizar sus errores. Ahora se desarrollará lo mismo pero inversamente, es decir, a partir de un caso real se simulará el ejercicio (ver figuras de casos en anexo 2).

En primera medida, hubo un debate sobre qué materiales elegir para modelar la catenaria: con qué soportarlo, sobre qué plataforma ubicar los soportes, cómo ubicar los ejes, entre otras. La idea es construir un modelo real que se aproxime lo mejor posible al teórico, por lo que mientras más se minimicen las diferencias, mejor sería.

La cadena utilizada mide 50cm y cada eslabón tenía un espesor de 0,3cm. Como soportes se colocaron agujas, y la cadena enganchada en esas hizo que se desprecie 0,5cm de cada extremo, por lo que la longitud final considerada en el proyecto fue de 49cm.

Las agujas se pusieron sobre 4 hojas cuadriculadas A4, las cuales ofrecían como beneficio la escala; cada 2 unidades de cuadrado se forma 1cm.

Antes de colocar los ejes, para que sea lo más parecido al sistema de coordenadas que se aprecia en el enunciado, se priorizó colocar la cadena sobre arriba del eje x, por lo que todas las ordenadas queden positivas. El eje y se intentó ubicar de manera que interseccione perpendicularmente con el vértice formado por la cadena.

Luego, para cada caso se colgó la cadena de los soportes a una distancia entre ellos de 0,8, 0,7 y 0.3 veces la longitud de la cadena. Tomando 20 puntos entre el intervalo definido por las posiciones de los soportes sobre el eje x (en los gráficos anotados como y en el código como ), y siendo la distancia entre los puntos consecutivas definida por el grupo, se pudieron tomar los mismos puntos en los casos de 0,8 y 0,7 veces la longitud (cada 1,5cm) y cada 0,5cm en el caso 0,3 veces la longitud. Otra aclaración importante fue que la altura e se tomó en todos los casos por igual (24cm), dado que el eje x se mantuvo en la misma altura.

Con los puntos ya marcados, se tomaron fotos de cada maqueta y con el software recomendado por la cátedra ImageJ, se midieron la proyección de los puntos sobre la cadena (como convención, se tomaron por encima de ella) y con estos datos fue posible pasar a la implementación en código. Como cota de error inherente sobre las ordenadas, se tomó 0,3cm que corresponde al espesor, esto ya que si bien se decidió tomar la proyección por encima de la cadena, también podría haberse tomado por debajo, y el caso hipotético planteó esta cota del espesor (distancia entre esa hipotética ordenada y la medida).

En Python, se comenzó inicializando los valores conocidos y la cantidad de puntos por caso . También en cada maqueta se conocen la posición de los soportes sobre el eje x en las fotos, en el código.

A esta altura para modelar la ecuación de la catenaria se necesitaba hallar para cada uno de estos casos. En base a como se construyó la maqueta en cada situación, se cumplen las condiciones iniciales del enunciado (2), (3) y (4), por lo que resultó posible encontrar los valores de la misma manera que en la parte anterior.

Ya con obtenidos, se planteó la catenaria para cada caso (evaluando en sus respectivos puntos) y se guardaron los datos en un arreglo. Posteriormente, se realizó un ajuste por cuadrados mínimos de manera tal que la catenaria se aproxime por una cuadrática, o sea:

Donde y se hallaron los coeficientes por dicho método.

Una vez obtenida , se evaluó para cada caso y en los respectivos puntos de cada uno, y también se almacenaron estos datos en un arreglo.

Finalmente para analizar la comparación de las distintas estimaciones, se calculó el error cuadrático medio entre las mediciones de las fotos y la catenaria, y entre las mediciones de las fotos y el ajuste cuadrático. Además, para tener una idea más intuitiva, se graficaron las funciones (imágenes en sección de resultados).

Como conclusiones sobre las comparaciones, en todos los casos de manera analítica, el error cuadrático medio dio menor en los ajustes cuadráticos, y es también visible en los gráficos el hecho de que se aproxima más a los puntos de las fotos por lo que resultó más precisa.

**Resultados**

* a)
* **Raíz 1**: 1.0580715529730582
* Término de estabilidad: 0.033938721666938974
* Condición del problema (óptima): 3.6785754273544473
* **Raíz 2**: 1.887489573513979
* Término de estabilidad: 0.023541407601073715
* Condición del problema (óptima): 3.6863999808756125
* **Raíz 3**: 3.0547849633482493
* Término de estabilidad: 0.07478383649736262
* Condición del problema (óptima): 1.0109117249622304
* **Raíz 4**: 19.999653910164714
* Término de estabilidad: 5.480617679930992e-06
* Condición del problema (óptima): 0.0012434713052191357
* b)
* **Raíz 1**: 1.0748681099273683
* Término de estabilidad: 0.0837144153626382
* Condición del problema (óptima): 1.2303345409057382
* **Raíz 2**: 1.5042040770569831
* Término de estabilidad: 0.04193262415627334
* Condición del problema (óptima): 2.8518060957560314
* **Raíz 3**: 4.357933213569889
* Término de estabilidad: 0.026261616289443106
* Condición del problema (óptima): 3.8336442903672805
* **Raíz 4**: 17.03094459944576
* Término de estabilidad: 0.015167833256955728
* Condición del problema (óptima): 2.213977935360985
* c)
* **Raíz 1**: 1.2146291341449174
* Término de estabilidad: 0.11132982241501785
* Condición del problema (óptima): 20.516324666538043
* **Raíz 2**: 1.3483005402656294
* Término de estabilidad: 0.03003398882799861
* Condición del problema (óptima): 21.301793714171446
* **Raíz 3**: 4.374716655075904
* Término de estabilidad: 0.0271644762730282
* Condición del problema (óptima): 4.020195080136319
* **Raíz 4**: 17.030303670513554
* Término de estabilidad: 0.015182617237065283
* Condición del problema (óptima): 2.2166782392599096
* d)
* **Raíz 1**: 1.2146291341449174
* Término de estabilidad: 0.11132982241501785
* **Raíz 2**: 1.3483005402656294
* Término de estabilidad: 0.03003398882799861
* **Raíz 3**: 4.374716655075904
* Término de estabilidad: 0.0271644762730282
* **Raíz 4**: 17.030303670513554
* Término de estabilidad: 0.015182617237065283

Gráficos del cp (sólo se introduce uno del inciso a, b y c por cuestiones de espacio en el informe, para ver todos los gráficos se debe ejecutar el código):

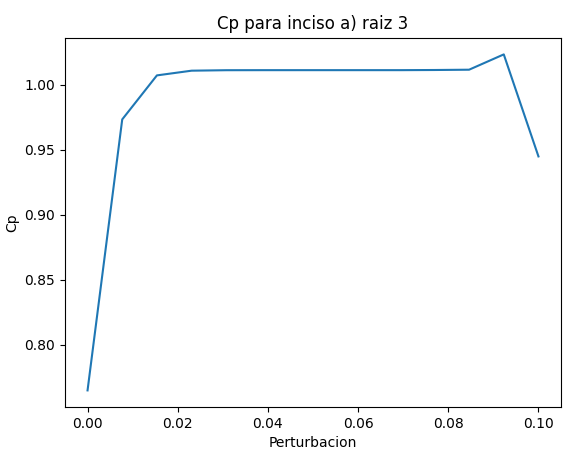


Figura 1: Valores del cp en función de las perturbaciones para la raíz 3 del inciso a)

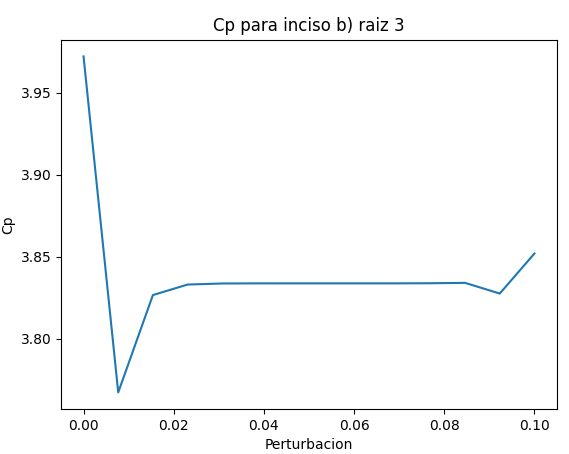


Figura 2: Valores del cp en función de las perturbaciones para la raíz 3 del inciso b)

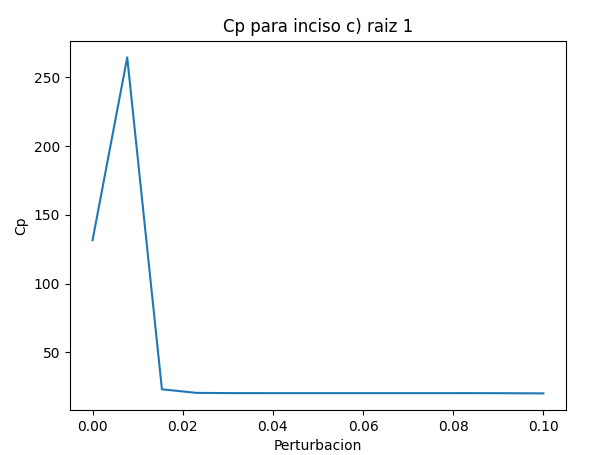


Figura 3: Valores del cp en función de las perturbaciones para la raíz 1 del inciso c)

**Conclusiones**

* A la hora de realizar el trabajo, surgieron complicaciones en el grupo sobre cómo relacionar lo visto en clase con el problema, y aún más, sobre cómo plasmarlo en el código.
* Las raíces halladas con Newton-Raphson corresponden con las reales, por lo que el método funciona siempre y cuando el intervalo esté reducido preferentemente por un método de arranque.
* Cuando la semilla que se introduce en Newton-Raphson está más lejos de la raíz, tiene que realizar más iteraciones para encontrarla adecuadamente.
* Los errores se analizan en tiempo de ejecución. Con los resultados en doble y simple precisión se pudo hallar el término de estabilidad correctamente, mientras que la condición del problema existe únicamente para las variables con error inherente y probando distintos resultados se pudo hallar la perturbación "m" óptima en cada caso.
* Dado que Python tiene un manejo de tipo de datos dinámico, hubo que especificar en todo valor si se trabaja en simple precisión o doble precisión, lo cual dificulta la legibilidad del código.
* Se lograron profundizar los temas de las unidades 1 y 2
* Hacer el mismo análisis a mano resulta más engorroso, y gracias a las herramientas de la computadora se pueden realizar gráficos para visualizar mejor los conceptos.

**Anexo I**

**TPM1-Compilacion.py (La conclusión son comentarios, que no son parte del código)**

#Librerias

import numpy as np

from math import \*

from matplotlib import pyplot as plt

#1) Determinar el número de máquina (lo llamaremos n)

#Lo calculamos a través de n = 1+a, siendo a un número iterable que empieza en 0.5 y se expone a la cantidad de iteraciones, de manera tal que en un momento n=1+a=1 y obtenemos la mantisa

n=0

i=np.float64(1)

while (n!=np.float64(1)):

n=np.float64(1)+((np.float32(0.5))\*\*i)

i += np.float64(1)

#print(n)En la ultima iteración, se pueden observar los decimales que corresponden a la mantisa "t", estos son 14 dígitos.

#Al ser 14 dígitos, podemoss acotar el número de máquina como 0.5e(-t+1), por ende el número de máquina final es n=0.5e-13 (ó 5e-14)

n=np.float64(5\*(10\*\*-14))

print('Numero de máquina en doble precisión:', n)

#Análogamente calculamos en formato de simple precisión el número de máquina, al cuál denominaremos "ns":

ns=0

i=np.float32(1)

while (ns!=np.float32(1)):

ns=np.float32(1)+((np.float32(0.5))\*\*i)

i += np.float32(1)

#print(ns)

#Como puede observarse en la ultima impresión del while, se observan 6 dígitos antes de que el valor se considere como 1, por ende la mantisa es t y el número de máquina (en simple precisión)

#final es

ns=np.float32(5\*(10\*\*-6))

print('Número de máquina en simple precisión:', ns)

#Finalmente, queda respondido con cuantos dígitos trabaja el ordenador en cuestión para ambos formatos.

#---------------------------------------------------------------------------

#2) Errores

#Definimos la ecuación del enunciado (fmt es un parámetro booleano que indica si se desea que trabaje en doble precisión o no)

def f(x,a,b,c,d,e,fmt):

return a\*(x\*\*np.float64(4))+b\*(x\*\*np.float64(3))+c\*(x\*\*np.float64(2))+d\*(x)+e if fmt else a\*(x\*\*np.float32(4))+b\*(x\*\*np.float32(3))+c\*(x\*\*np.float32(2))+d\*(x)+e

#Las constantes (doble precisión):

a=np.float64(1)

b=np.float64(-26)

c=np.float64(131)

d=np.float64(-226)

e=np.float64(120)

#Constantes (simple precisión):

asi=np.float32(1)

bsi=np.float32(-26)

csi=np.float32(131)

dsi=np.float32(-226)

esi=np.float32(120)

#Grafico

x=np.linspace(0,25, 100)

y=f(x,a,b,c,d,e,True)

plt.plot(x,y)

plt.ylim([0, 20])

plt.title('Ecuación original')

plt.show() #Como puede observarse, las raices de la ecuación original son 1, 2, 3 y 20

#a) Obtenemos las raíces mediante Newton-Raphson, para lo cual primero definimos nuestra nueva constante "e"

P = (np.float64(106716) + np.float64(99489))/np.float64((10\*\*5))

e = P + np.float64(119.95) #número bien redondeado

eE = np.float32(0.000005)

eEr = eE/e

CotaeEr = 5\*10\*\*(-8)

Ps = (np.float32(106716) + np.float32(99489))/(np.float32((10\*\*5)))

esi = Ps + np.float32(119.95) #numero bien redondeado

#Para aplicar el método, hallamos la derivada de la ecuación (ya puede omitirse a "e" de los parámetros porque su derivada es 0)

def df(x,a,b,c,d,fmt):

return a\*np.float64(4)\*(x\*\*np.float64(3))+b\*np.float64(3)\*(x\*\*np.float64(2))+(c\*np.float64(2))\*(x)+d if fmt else a\*np.float32(4)\*(x\*\*np.float32(3))+b\*np.float32(3)\*(x\*\*np.float32(2))+(c\*np.float32(2))\*(x)+d

#Método de Newton-Raphson (NR). Necesitamos la semilla (x0), y las constantes a,b,c,d y e para aplicarlo. Además de esto, solo a fines prácticos se añade "fmt" para identificar al formato

#de doble precisión si es verdadero (por defecto se calculan todos los valores en este formato), o falso para realizar los cálculos en simple precisión

def NR(x0,a,b,c,d,e,fmt):

x1=x0-f(x0,a,b,c,d,e,fmt)/df(x0,a,b,c,d,fmt) #Fórmula de obtención de raíz por Newton-Raphson

#Usamos como tolerancia máxima al número de máquina obtenido anteriormente

if(fmt):

while abs(x1-x0)>n:

x0=x1

x1=x0 - (f(x0,a,b,c,d,e, fmt)/df(x0,a,b,c,d,fmt))

#print('Tolerancia', abs(x1-x0))

else:

while abs(x1-x0)>ns:

x0=x1

x1=x0 - (f(x0,a,b,c,d,e, fmt)/df(x0,a,b,c,d,fmt))

#print('Tolerancia', abs(x1-x0))

return x1

#Método de Bisección para realizar el arranque y obtener una semilla cercana para garantizar la convergencia.

def biseccionFn(a0,b0,ErrorDeseado,a,b,c,d,e,fmt):

#Defino el metodo de biseccion para doble precision

if fmt:

#Defino el error de la primera etapa y la primera solucion

ErrorActual = (b0-a0)/np.float64(2)

c1 = (a0+b0)/np.float64(2)

i = 0

# print('Raiz = ', c1,', Error = ', ErrorActual, ', Iteracion = ', i)

#Defino el bucle para seleccionar los nuevos margenes del intervalo que contiene el 0

while(ErrorActual>ErrorDeseado):

#Observo si la nueva raiz esta en el primer intervalo

if f(a0,a,b,c,d,e,fmt)\*f(c1,a,b,c,d,e,fmt)<0 :

b0 = np.float64(c1)

c1 = (a0+b0)/np.float64(2)

ErrorActual = (b0-a0)/np.float64(2)

#Observo si la nueva raiz esta en el segundo intervalo

elif f(c1,a,b,c,d,e,fmt)\*f(b0,a,b,c,d,e,fmt)<0 :

a0 = c1

c1 = (a0+b0)/np.float64(2)

ErrorActual = (b0-a0)/np.float64(2)

i = i+np.float64(1)

# print('Raiz = ', c1,', Error = ', ErrorActual, ', Iteracion = ', i)

#Defino el metodo de biseccion para simple presicion

else:

#Defino el error de la primera etapa y la primera solucion

ErrorActual = (b0-a0)/np.float32(2)

c1 = (a0+b0)/np.float32(2)

i = 0

# print('Raiz = ', c1,', Error = ', ErrorActual, ', Iteracion = ', i)

#Defino el bucle para seleccionar los nuevos margenes del intervalo que contiene el 0

while(ErrorActual>ErrorDeseado):

#Observo si la nueva raiz esta en el primer intervalo

if f(a0,a,b,c,d,e,fmt)\*f(c1,a,b,c,d,e,fmt)<0 :

b0 = c1

c1 = (a0+b0)/np.float32(2)

ErrorActual = (b0-a0)/np.float32(2)

#Observo si la nueva raiz esta en el segundo intervalo

elif f(c1,a,b,c,d,e,fmt)\*f(b0,a,b,c,d,e,fmt)<0 :

a0 = c1

c1 = (a0+b0)/np.float32(2)

ErrorActual = (b0-a0)/np.float32(2)

i = i+np.float64(1)

# print('Raiz = ', c1,', Error = ', ErrorActual, ', Iteracion = ', i)

#Defino la salida se la funcion como un vector que contiene la solucion y el error

return c1

#Condicion del problema en forma experimental (cp):

#Para hallarla, se necesita de un valor x junto a su error m y las constantes a,b,c,d y e

def cpa(x,m,a,b,c,d,e,fmt):

return abs((NR(x,a,b,c,d,e\*(1+m),fmt)-NR(x,a,b,c,d,e,fmt))/(NR(x,a,b,c,d,e,fmt)\*m))

def cpb(x,m,a,b,c,d,e,fmt):

return abs((NR(x,a,b\*(1+m),c,d,e,fmt)-NR(x,a,b,c,d,e,fmt))/(NR(x,a,b,c,d,e,fmt)\*m))

def cpc(x,m,a,b,c,d,e,fmt):

termino1 = cpa(x,m,a,b,c,d,e,fmt)

termino2 = cpb(x,m,a,b,c,d,e,fmt)

return abs(termino1+termino2)

#Término experimental de estabilidad (te):

#Para aplicar el "te", necesitamos la solución en doble precisión (yd), y en simple (ys).

def te(yd,ys):

return (abs(yd-ys))/(ns\*abs(ys)) #ns es el número de máquina en simple precisión

#Ahora debemos tener una semilla en el intervalo [0, 20], que es donde se concentran todas las raices. Este valor es arbitrario pero como Newton-Raphosn aumenta la rapidez de la

#convergencia en un intervalo mas cercano a la raiz, es conveniente asignar semillas en un intervalo.

#sabemos que entre [0, 1.5], por teorema de Bolzano, existe una raiz (1). Asignemos la semilla en 0

print('--------------------Inciso a)----------------------')

#Selecciono los limites del intervalo donde hallo la raiz

ErrorSemilla = np.float32(0.01)

A1 = np.float32(0.5)

B1 = np.float32(1.2)

Semilla1D = biseccionFn(A1, B1, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla1S = biseccionFn(A1, B1, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r1 = NR(Semilla1D,a,b,c,d,e,True)

r1s = NR(Semilla1S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 1 mediante Newton-Raphson:', r1)

print('Término de estabilidad:', te(r1, r1s))

#Busco obtener el Cp para la raiz

exps = []

for i in range(14):

exps.append(np.float64((np.float64(10)\*\*-(np.float64(i+np.float64(1))))))

conds1 = []

for j in range(len(exps)):

conds1.append(cpa(Semilla1D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

ejeX=np.linspace(10\*\*-14, 10\*\*-1, 14)

plt.plot(ejeX, conds1, color='b', label='Raiz 1')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.title('Cp para inciso a) raiz 1')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds1[3])

print('Error relativo:', conds1[3]\*CotaeEr)

print('Error absoluto:', r1\*conds1[3]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', 0.5\*10\*\*(-6))

print('Raiz 1 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 1.058072)

#Para la segunda raiz

A2 = np.float32(1.6)

B2 = np.float32(2.3)

Semilla2D = biseccionFn(A2, B2, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla2S = biseccionFn(A2, B2, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r2 = NR(Semilla2D,a,b,c,d,e,True)

r2s = NR(Semilla2S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('\nRaiz 2 mediante Newton-Raphson:', r2)

print('Término de estabilidad:', te(r2, r2s))

#Busco obtener el Cp para la segunda raiz

conds2 = []

for j in range(len(exps)):

conds2.append(cpa(Semilla2D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds2, color='r', label='Raiz 2')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.title('Cp para inciso a) raiz 2')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds2[4])

print('Error relativo:', conds2[4]\*CotaeEr)

print('Error absoluto:', r2\*conds2[4]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', 0.5\*10\*\*(-6))

print('Raiz 2 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 1.887490)

#Para la tercera raiz

A3 = np.float32(2.8)

B3 = np.float32(3.2)

Semilla3D = biseccionFn(A3, B3, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla3S = biseccionFn(A3, B3, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r3 = NR(Semilla3D,a,b,c,d,e,True)

r3s = NR(Semilla3S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('\nRaiz 3 mediante Newton-Raphson:', r3)

print('Término de estabilidad:', te(r3, r3s))

#Obtengo el Cp del problema para la tercera raiz

conds3 = []

for j in range(len(exps)):

conds3.append(cpa(Semilla3D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds3, color='g', label='Raiz 3')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.title('Cp para inciso a) raiz 3')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds3[3])

print('Error relativo:', conds3[3]\*CotaeEr)

print('Error absoluto:', r3\*conds3[3]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', 0.5\*10\*\*(-6))

print('Raiz 3 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 3.054785)

#Para la última raiz

A4 = np.float64(18)

B4 = np.float64(22)

Semilla4D = biseccionFn(A4, B4, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla4S = biseccionFn(A4, B4, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r4 = NR(Semilla4D,a,b,c,d,e,True)

r4s = NR(Semilla4S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('\nRaiz 4 mediante Newton-Raphson:', r4)

print('Término de estabilidad:', te(r4, r4s))

#Cp para cuarta raiz

conds4 = []

for j in range(len(exps)):

conds4.append(cpa(Semilla4D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds4, color='y', label='Raiz 4')

plt.xlabel('Perturbacion')

plt.ylabel('Cp')

plt.title('Cp para inciso a)')

plt.legend()

plt.show()

print('Condicion del problema:', conds4[11])

print('Error relativo:', conds4[11]\*CotaeEr)

print('Error absoluto:', r4\*conds4[11]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', 0.5\*10\*\*(-8))

print('Raiz 4 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 19.99965391)

print('--------------------Inciso b)----------------------')

e=np.float64(120)

esi=np.float32(120)

b = P - np.float64(26.03) #bien redondeado

bsi = Ps - np.float32(26.03)

bE = np.float32(0.000005)

bEr = bE/abs(b)

CotabEr = np.float32(0.5\*10\*\*(-6))

A1 = np.float32(0.5)

B1 = np.float32(1.2)

Semilla1D = biseccionFn(A1, B1, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla1S = biseccionFn(A1, B1, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r1 = NR(Semilla1D,a,b,c,d,e,True)

r1s = NR(Semilla1S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 1 mediante Newton-Raphson:', r1)

print('Término de estabilidad:', te(r1, r1s))

#Cp para raiz 1

conds1 = []

for j in range(len(exps)):

conds1.append(cpb(Semilla1D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds1, color='b', label='Raiz 1')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.title('Cp para inciso b) raiz 1')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds1[3])

print('Condicion del problema:', conds1[3])

print('Error relativo:', conds1[3]\*CotabEr)

print('Error absoluto:', r1\*conds1[3]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', 0.5\*10\*\*(-6))

print('Raiz 1 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 1.074868)

#Segunda raiz

A2 = np.float32(1.4)

B2 = np.float32(2.3)

Semilla2D = biseccionFn(A2, B2, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla2S = biseccionFn(A2, B2, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r2 = NR(Semilla2D,a,b,c,d,e,True)

r2s = NR(Semilla2S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('\nRaiz 2 mediante Newton-Raphson:', r2)

print('Término de estabilidad:', te(r2, r2s))

#Cp para la segunda raiz

conds2 = []

for j in range(len(exps)):

conds2.append(cpb(Semilla2D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds2, color='r', label='Raiz 2')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.title('Cp para inciso b) raiz 2')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds2[2])

print('Condicion del problema:', conds2[2])

print('Error relativo:', conds2[2]\*CotabEr)

print('Error absoluto:', r2\*conds2[2]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', np.float32(0.5\*10\*\*(-6)))

print('Raiz 2 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 1.504204)

#Para la tercera raiz

A3 = np.float64(4)

B3 = np.float32(4.5)

Semilla3D = biseccionFn(A3, B3, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla3S = biseccionFn(A3, B3, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r3 = NR(Semilla3D,a,b,c,d,e,True)

r3s = NR(Semilla3S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('\nRaiz 3 mediante Newton-Raphson:', r3)

print('Término de estabilidad:', te(r3, r3s))

#Cp para la tercera

conds3 = []

for j in range(len(exps)):

conds3.append(cpb(Semilla3D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds3, color='g', label='Raiz 3')

#plt.title('Cp para inciso b) raiz 3')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds3[4])

print('Condicion del problema:', conds3[4])

print('Error relativo:', conds3[4]\*CotabEr)

print('Error absoluto:', r3\*conds3[4]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', np.float32(0.5\*10\*\*(-5)))

print('Raiz 3 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 4.35793)

#Cuarta raiz

A4 = np.float64(16)

B4 = np.float64(18)

Semilla4D = biseccionFn(A4, B4, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla4S = biseccionFn(A4, B4, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r4 = NR(Semilla4D,a,b,c,d,e,True)

r4s = NR(Semilla4S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('\nRaiz 4 mediante Newton-Raphson:', r4)

print('Término de estabilidad:', te(r4, r4s))

#Cp para la cuarta raiz

conds4 = []

for j in range(len(exps)):

conds4.append(cpb(Semilla4D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds4, color='y', label='Raiz 4')

plt.xlabel('Perturbacion')

plt.ylabel('Cp')

plt.title('Cp para inciso b)')

plt.legend()

plt.show()

print('Condicion del problema:', conds4[3])

print('Condicion del problema:', conds4[3])

print('Error relativo:', conds4[3]\*CotabEr)

print('Error absoluto:', r4\*conds4[4]\*CotaeEr)

print('Cota del Error absoluto:', np.float32(0.5\*10\*\*(-5)))

print('Raiz 4 mediante Newton-Raphson bien redondeada', 17.03094)

#c) Ahora necesitamos variar las constantes e y d juntas..:

print('--------------------Inciso c)----------------------')

e=P + np.float64(119.95)

esi=Ps + np.float32(119.95)

A1 = np.float32(0.3)

B1 = np.float32(1.3)

Semilla1D = biseccionFn(A1, B1, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla1S = biseccionFn(A1, B1, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r1 = NR(Semilla1D,a,b,c,d,e,True)

r1s = NR(Semilla1S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 1 mediante Newton-Raphson:', r1)

print('Término de estabilidad:', te(r1, r1s))

#Busco el Cp para la primera raiz

conds1 = []

for j in range(len(exps)):

conds1.append(cpc(Semilla1D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds1, color='b', label='Raiz 1')

#plt.title('Cp para inciso c) raiz 1')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds1[3])

#Segunda raiz

A2 = np.float32(1.3)

B2 = np.float32(2.3)

Semilla2D = biseccionFn(A2, B2, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla2S = biseccionFn(A2, B2, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r2 = NR(Semilla2D,a,b,c,d,e,True)

r2s = NR(Semilla2S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 2 mediante Newton-Raphson:', r2)

print('Término de estabilidad:', te(r2, r2s))

#Cp para la segunda raiz

conds2 = []

for j in range(len(exps)):

conds2.append(cpc(Semilla2D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds2, color='r', label='Raiz 2')

#plt.title('Cp para inciso c) raiz 2')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds2[3])

#Raíz 3

A3 = np.float64(4)

B3 = np.float32(4.5)

Semilla3D = biseccionFn(A3, B3, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla3S = biseccionFn(A3, B3, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r3 = NR(Semilla3D,a,b,c,d,e,True)

r3s = NR(Semilla3S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 3 mediante Newton-Raphson:', r3)

print('Término de estabilidad:', te(r3, r3s))

#Obtengo el Cp del problema para la tercera raiz

conds3 = []

for j in range(len(exps)):

conds3.append(cpc(Semilla3D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds3, color='g', label='Raiz 3')

#plt.title('Cp para inciso c) raiz 3')

#plt.xlabel('Perturbacion')

#plt.ylabel('Cp')

#plt.show()

print('Condicion del problema:', conds3[4])

#Para la cuarta raiz

A4 = np.float64(16)

B4 = np.float64(18)

Semilla4D = biseccionFn(A4, B4, ErrorSemilla, a, b, c, d, e, True)

Semilla4S = biseccionFn(A4, B4, ErrorSemilla, asi, bsi, csi, dsi, esi, False)

r4 = NR(Semilla4D,a,b,c,d,e,True)

r4s = NR(Semilla4S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 4 mediante Newton-Raphson:', r4)

print('Término de estabilidad:', te(r4, r4s))

#Cp para cuarta raiz

conds4 = []

for j in range(len(exps)):

conds4.append(cpc(Semilla4D,exps[j],a,b,c,d,e,True))

plt.plot(ejeX, conds4, color='y', label='Raiz 4')

plt.xlabel('Perturbacion')

plt.ylabel('Cp')

plt.title('Cp para inciso b)')

plt.legend()

plt.show()

print('Condicion del problema:', conds4[3])

#d) Con las mismas constantes de c) pero ahora exactas (su error inherente es nulo):

print('--------------------Inciso d)----------------------')

#Utilizo las semillas ya calculadas del inciso anterior

r1=NR(Semilla1D,a,b,c,d,e,True)

r1s=NR(Semilla1S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 1 mediante Newton-Raphson:', r1)

print('Término de estabilidad:', te(r1, r1s))

r2=NR(Semilla2D,a,b,c,d,e,True)

r2s=NR(Semilla2S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 2 mediante Newton-Raphson:', r2)

print('Término de estabilidad:', te(r2, r2s))

r3=NR(Semilla3D,a,b,c,d,e,True)

r3s=NR(Semilla3S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 3 mediante Newton-Raphson:', r3)

print('Término de estabilidad:', te(r3, r3s))

r4=NR(Semilla4D,a,b,c,d,e,True)

r4s=NR(Semilla4S,asi,bsi,csi,dsi,esi,False)

print('Raiz 4 mediante Newton-Raphson:', r4)

print('Término de estabilidad:', te(r4, r4s))

**Anexo II**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Perturbac.** | **Cp de “e” en raíz 1 de a)** | **Cp de “e” en raíz 2 de a)** | **Cp de “e” en raíz 3 de a)** | **Cp de “e” en raíz 4 de a)** |
|  | 21.07964326352779 | 7.422340698003286 | 0.7649103973740456 | 0.0010498027982278318 |
|  | 3.963675173422167 | 3.7862384917442444 | 0.9734311357974111 | 0.001049471495968602 |
|  | 3.701521687550057 | 3.694080355369846 | 1.0072891531130592 | 0.0010494383848502144 |
|  | 3.6785754273544473 | 3.68708029501239 | 1.0109117249622304 | 0.0010494350741966836 |
|  | 3.676308496126414 | 3.6863999808756125 | 1.0112765568059896 | 0.0010494347491177567 |
|  | 3.6760820746326797 | 3.68633214315072 | 1.0113130655875506 | 0.001049434891228763 |
|  | 3.6760594368483486 | 3.686325367429524 | 1.0113167316530278 | 0.0010494347135900051 |
|  | 3.676057149397952 | 3.6863245580651154 | 1.0113169875129389 | 0.0010494542538533728 |
|  | 3.6760576530567546 | 3.686322664058288 | 1.0113176998501914 | 0.0010494897816049505 |
|  | 3.6760587023459275 | 3.686318429011965 | 1.011315373850999 | 0.0010498450591207274 |
|  | 3.6759747592121004 | 3.686184319211749 | 1.0114316738106175 | 0.001048068671541843 |
|  | 3.6760796881293847 | 3.685666702438984 | 1.0116642737298542 | 0.0012434713052191357 |
|  | 3.6767092616330888 | 3.671549881363571 | 1.023439644641209 | 0.0017763875788844796 |
|  | 3.5885689711144875 | 3.4233291107875656 | 0.9449371718988434 | 0 |

Figura 4: Tabla de valores de la condición del problema según la perturbación, para el inciso a)

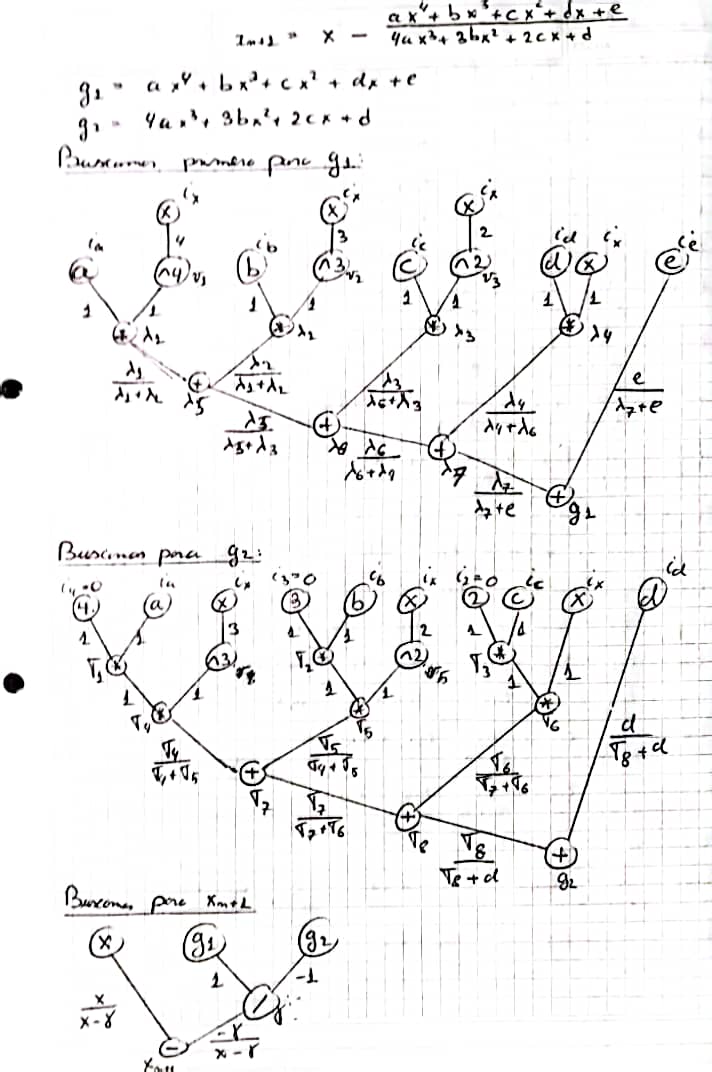
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Perturbac.** | **Cp de “b” en raíz 1 de b)** | **Cp de “b” en raíz 2 de b)** | **Cp de “b” en raíz 3 de b)** | **Cp de “b” en raíz 4 de b)** |
|  | 0.7821618253001377 | 7.463186533924787 | 3.972326996443781 | 2.035599339352093 |
|  | 1.1506824647698555 | 2.871049442397982 | 3.767129395544171 | 2.190309275224709 |
|  | 1.222385494809023 | 2.8518060957560314 | 3.8265779410984697 | 2.211746137395376 |
|  | 1.2303345409057382 | 2.850815907665587 | 3.8329974994143567 | 2.213977935360985 |
|  | 1.2311382722405382 | 2.850726732702229 | 3.8336442903672805 | 2.214202040056857 |
|  | 1.2312187340777785 | 2.8507179122175117 | 3.833709017595938 | 2.214224459357254 |
|  | 1.2312267927037235 | 2.8507170293261526 | 3.8337154929601454 | 2.2142267035130927 |
|  | 1.2312275900966008 | 2.8507168197114177 | 3.833716043239742 | 2.2142269183746386 |
|  | 1.2312287262781618 | 2.850718915858767 | 3.833717653317082 | 2.2142277110677218 |
|  | 1.2312345104752 | 2.850717587314672 | 3.8337184685461145 | 2.214229588498707 |
|  | 1.2312902866609257 | 2.850848965564072 | 3.8337979533768154 | 2.214304685738141 |
|  | 1.231827390671616 | 2.850612779947174 | 3.834022141360841 | 2.214951356411043 |
|  | 1.2312076552746656 | 2.8209419618243743 | 3.8275003090982667 | 2.2153685632967863 |
|  | 1.342760026725726 | 2.952320211223835 | 3.8519571800829198 | 2.2320568387265176 |

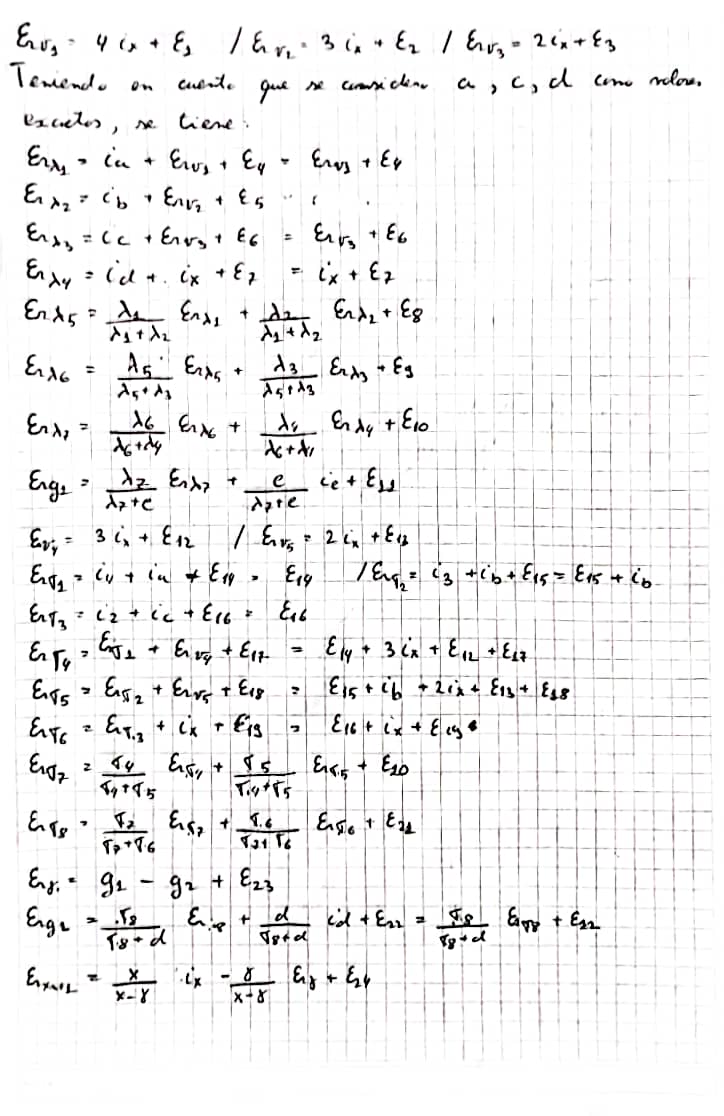
Figura 5: Tabla de valores de la condición del problema según la perturbación, para el inciso a)

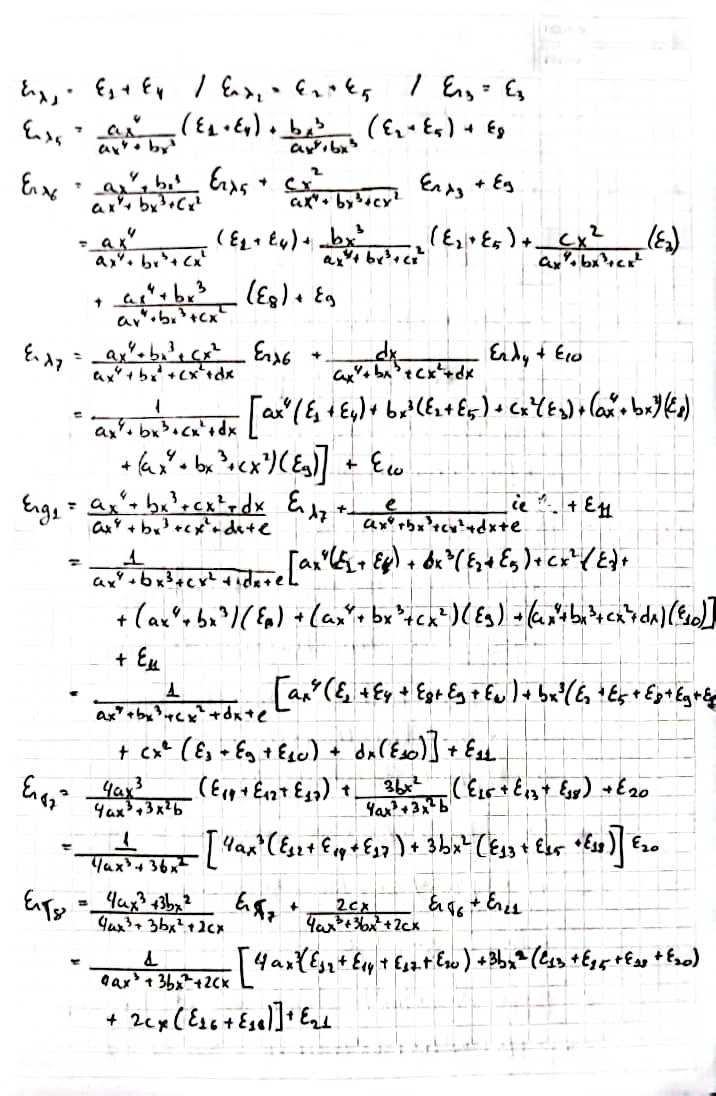
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Perturbac.** | **Cp de “b” y “e” en raíz 1 de c)** | **Cp de “b” y “e” en raíz 2 de c)** | **Cp de “b” y “e” en raíz 3 de c)** | **Cp de “b” y “e” en raíz 4 de c)** |
|  | 131.573632114168 | 25.403789976889005 | 3.9227501611421136 | 2.038150886516324 |
|  | 264.5315489545277 | 230.57022148587285 | 3.9499985562982642 | 2.1929859518383057 |
|  | 23.13651427840833 | 23.668584046704503 | 4.012782579726023 | 2.214444155664162 |
|  | 20.516324666538043 | 21.301793714171446 | 4.019516976464354 | 2.2166782392599096 |
|  | 20.34707370311149 | 21.14868902812998 | 4.020195080136319 | 2.2169025741103034 |
|  | 20.330745794614945 | 21.1339165805885 | 4.020262936489979 | 2.216925016659295 |
|  | 20.329118807374073 | 21.13244458436857 | 4.0202697295154675 | 2.216927266114874 |
|  | 20.328955758589867 | 21.132297537310578 | 4.02027043807397 | 2.216927445520586 |
|  | 20.32894749564288 | 21.132283226201448 | 4.020272630747848 | 2.2169280713544666 |
|  | 20.328964679647676 | 21.132264616819043 | 4.020279736635416 | 2.2169289057996413 |
|  | 20.328897040479873 | 21.13220533029101 | 4.020328462721591 | 2.216891355766797 |
|  | 20.332516650000116 | 21.131200753010507 | 4.020917236262877 | 2.2169122168961546 |
|  | 20.28260991267555 | 21.115885066602814 | 4.019902109467557 | 2.21336582490526 |
|  | 20.14550349145422 | 21.112591370601166 | 4.040204645373958 | 2.1486963238948333 |

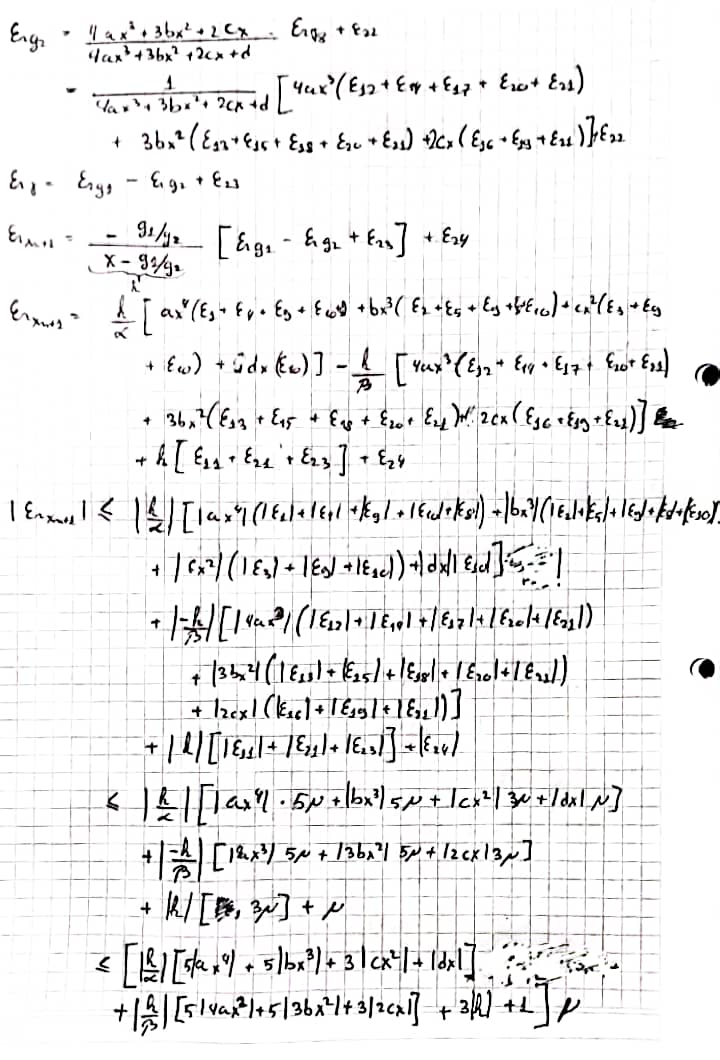
Figura 6: Tabla de valores de la condición del problema según la perturbación, para el inciso a)

**Anexo III**

****

****

****

****

**Bibliografía**

* Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. *Unidad 1, Módulo 1: Errores en el Cálculo Numérico.* https://campusgrado.fi.uba.ar/mod/lesson/view.php?id=90369
* Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. *Unidad 1, Módulo 2: Representación de números, errores de redondeo.* https://campusgrado.fi.uba.ar/mod/lesson/view.php?id=90370
* Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. *Unidad 1, Módulo 3: Gráfica de proceso, condición del problema y término de estabilidad.*

https://campusgrado.fi.uba.ar/mod/lesson/view.php?id=90899

* Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. *Unidad 2, Módulo 1: Métodos de bisección y de Regula-Falsi.* https://campusgrado.fi.uba.ar/mod/lesson/view.php?id=90900
* Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. *Unidad 2, Módulo 2: Métodos de punto fijo y de Newton-Raphson.* https://campusgrado.fi.uba.ar/mod/lesson/view.php?id=28174
* González, H. *Análisis Numérico, Primer curso.* Nueva Librería